Temat 8: Pierwiastek sześcienny

Będziemy wiedzieć:
- że wynikiem każdego pierwiastka nieparzystego stopnia może być liczba ujemna

Będziemy znać:
- definicję pierwiastka trzeciego stopnia z liczby rzeczywistej;

Będziemy potrafić:
- wykonywać działania na pierwiastkach trzeciego stopnia;
- wyłączyć czynnik przed znak pierwiastka;
- stosować prawa działań na pierwiastkach trzeciego stopnia;
- usunąć niewymierność z mianownika;
- oszacować przybliżoną wartość podanych wyrażeń z pierwiastkiem trzeciego stopnia;

Definicja pierwiastka trzeciego stopnia z liczby rzeczywistej zakłada:

$$\sqrt[3]{\boldsymbol{a}} = \boldsymbol{b}, \qquad \boldsymbol{gdy}\ \boldsymbol{b^3} = \boldsymbol{a}$$

Należy zauważyć, że nie ma w definicji dodatkowych założeń, tzn. b może być ujemne, bo $(-2)^3 = -8$.
Podobna zasada dotyczy każdego nieparzystego stopnia pierwiastka.

Wyłączenie czynnika przed nawias odbywa się w następujący sposób: $\sqrt[3]{a^3 b} = a\sqrt[3]{b}$.
Np. $\sqrt[3]{24} = 2\sqrt[3]{3}$ lub $\sqrt[3]{264} = \sqrt[3]{2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 11} = 2\sqrt[3]{3\cdot 11} = 2\sqrt[3]{33}$.

Aby **włączyć czynnik pod pierwiastek**, należy włączaną liczbę podnieść do potęgi trzeciej: $2\sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{2^3\cdot 12} = \sqrt[3]{96}$.

Z pierwiastkami trzeciego stopnia są związane **prawa**:

$\sqrt[3]{a\cdot b} = \sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{b}$	Pierwiastek iloczynu liczb jest równy iloczynowi pierwiastków tych liczb
$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}};\ b \neq 0$	Pierwiastek ilorazu liczb jest równy ilorazowi pierwiastków tych liczb
$\sqrt[3]{a^3} = a$	Pierwiastek sześcienny z liczby podniesionej do sześcianu jest równy tej liczbie
$\left(\sqrt[3]{a}\right)^n = \sqrt[3]{a^n}$, n∈N	Pierwiastek sześcienny z liczby podniesiony do potęgi n jest równy pierwiastkowi sześciennemu z liczby podniesionej do tej potęgi

Usuwanie niewymierności z mianownika odbywa się w taki sposób, że należy pomnożyć licznik i mianownik ułamka przez tę samą wartość, taką, by po obliczeniu pozostała liczba wymierna w mianowniku.

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}\cdot\frac{\left(\sqrt[3]{3}\right)^2}{\left(\sqrt[3]{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt[3]{3}\right)^2}{\left(\sqrt[3]{3}\right)^3} = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{9}}{3}$$

By wartość pierwiastka umieścić na osi liczbowej, najlepiej zawsze liczbę podpierwiastkową rozłożyć na czynniki pierwsze i wyłączyć czynnik przed znak pierwiastka. Wartości pierwiastków z małych liczb podpierwiastkowych są na ogół znane, np. $\sqrt[3]{2} \cong 1{,}26$, $\sqrt[3]{3} \cong 1{,}44$, $\sqrt[3]{4} \cong 1{,}59$, $\sqrt[3]{5} \cong 1{,}71$, $\sqrt[3]{6} \cong 1{,}82$, $\sqrt[3]{7} \cong 1{,}91$.

W przypadku większych liczb, należy znaleźć większą i mniejszą od szukanej, której pierwiastkiem trzeciego stopnia jest liczba wymierna, np $\sqrt[3]{8} = 2$, $\sqrt[3]{27} = 3$, $\sqrt[3]{64} = 4$, $\sqrt[3]{125} = 5$ itd.

Można rozwinąć dotychczas poznane definicje na dowolny stopień pierwiastka. Wystarczy pamiętać, że jeśli stopień pierwiastka jest parzysty, to definicja takiego pierwiastka odnosi się tylko do dowolnej liczby nieujemnej a, jeśli stopień pierwiastka jest nieparzysty, to definicja takiego pierwiastka będzie odpowiednia dla każdej liczby rzeczywistej (również ujemnej).

$$\sqrt[n]{a} = b, gdy\ b^n = a$$