Temat 57. Proporcjonalność odwrotna

Będziemy wiedzieć:
- co to jest współczynnik proporcjonalności odwrotnej;

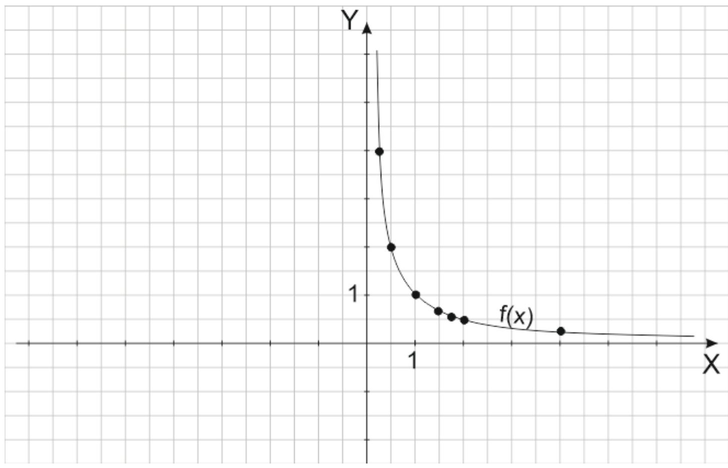
Będziemy znać:
- pojęcie proporcjonalności odwrotnej;

Będziemy potrafić:
- wyznaczyć współczynnik proporcjonalności odwrotnej;
- naszkicować wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie a > 0 i x > 0;
- zastosować proporcjonalność odwrotną do rozwiązywania zadań, np. dotyczących drogi, prędkości i czasu.

Jeżeli wzrost jakiejś wartości powoduje przyrost innej wartości, to można powiedzieć, że jest proporcjonalny, ale jeśli w wyniku wzrostu jednej wartości następuje spadek innej wartości, to mówimy, że ich zależność jest odwrotnie proporcjonalna.
Liczba odwrotna do danej liczby x, to taka liczba y, że xy=1. Można więc zapisać: y = $\frac{1}{x}$, czyli im większa będzie liczba y, tym mniejsza będzie liczba x.

Tę proporcjonalność odwrotną można pokazać w tabeli i na wykresie.
Przykładowo: $y = \frac{1}{x}$

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{4}$	2	4
f(x)	4	2	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$



We wzorze funkcji $y = \frac{a}{x}$, $a > 0$, x i y są odwrotnie proporcjonalne, a sama funkcja nazywa się proporcjonalnością odwrotną, litera a oznacza stałą, tzw. współczynnik proporcjonalności.

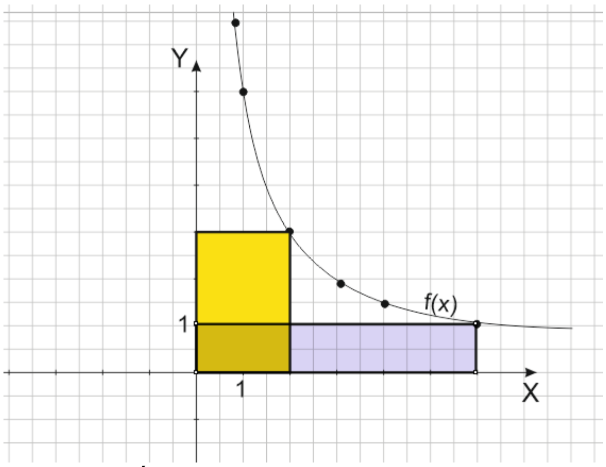
Warto przeczytać o zasadzie dźwigni Archimedesa (str. 172 w podręczniku do atematyki Nowej Ery).

Z proporcjonalnością odwrotną jest związane pole prostokąta, które może być wciąż takie samo, pod warunkiem, że długości boków tego prostokąta zmieniają się odwrotnie proporcjonalnie. Np. pary długości boków: 1, 16;   2, 8;   4, 4;   8, 2;   16, 1.

Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = \frac{6}{x}, gdzie\ x > 0$ i narysuj prostokąt, którego jeden z wierzchołków należy do wykresu tej funkcji, a dwa boki zawierają się w osiach układu współrzędnych. Ile jest równe pole tego prostokąta? Czy odpowiedź zależy od wyboru wierzchołka należącego do wykresu funkcji f?

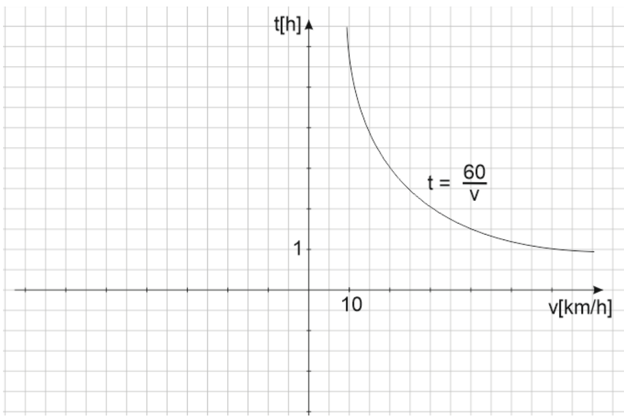
Tabela do wykresu:

x	$\frac{5}{6}$	1	2	3	4	6
f(x)	$7\frac{1}{5}$	6	3	2	$\frac{3}{2}$	1



Jeśli jeden z wierzchołków prostokąta ma należeć do zbioru funkcji f(x), a dwa boki mają się zawierać w osiach układu współrzędnych, to jego pole zawsze będzie wynosić 6 i nie ma znaczenia, w którym miejscu na osi będzie wierzchołek, ponieważ pole prostokąta $P = x \cdot \frac{6}{x} = 6$.

Rowerzysta ma do przebycia dystans 60 km. Na wykresie przedstawiono zależność czasu jego jazdy od średniej prędkości. Ile czasu zajmie rowerzyście pokonanie całego dystansu, jeśli będzie jechał z prędkością 18 km/h? (Zad. 3 str. 174 z podręcznika do matematyki Nowej Ery)



$t = \frac{60}{v} = \frac{60}{18} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

Rowerzysta pokona odległość 60 km w ciągu 3 godzin i 20 minut.

Rozważ n-kąty foremne o obwodzie równym 12. Sporządź odpowiednią tabelę i naszkicuj wykres funkcji opisującej zależność długości boku n-kąta od liczby boków dla n ≤ 12. Podaj dziedzinę funkcji. (Zad. 6 str. 174 z podr. do matematyki Nowej Ery):

n – ilość boków wielokąta
f(n) – długość boku n-kąta

$f(n) = \frac{12}{n}, gdzie\ D = \{n \in N, 3 \leq n \leq 12\}$

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
f(n)	4	3	$2\frac{2}{5}$	2	$1\frac{5}{7}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{5}$	$\frac{12}{11}$	1