

Temat 35. Co to jest układ równań?

Będziemy wiedzieć:

- jaka jest różnica między równaniem, a równością;

Będziemy znać:

- pojęcie układu równań;

Będziemy potrafić:

- podać pary liczb spełniających równanie liniowe z dwiema niewiadomymi;

- dopisać drugie równanie tak, aby dana para liczb spełniała dany układ równań;

- zapisać podane informacje w postaci układu równań.

Równanie może zawierać jedną, dwie lub więcej zmiennych. Jeśli za te zmienne podstawimy określone liczby, które spełniają to równanie, to otrzymamy równość.

np. jeśli w równaniu $3x+2y+1=0$ podstawimy: $x=1$ i $y=-2$ to otrzymamy równość, która jest prawdziwa.

Równanie jest stwierdzeniem, że dwa wyrażenia są sobie równe. Równania zawierające zmienne są nazywane równaniami algebraicznymi. Wyrażenia, które nie zawierają niewiadomych, np. $2+3=5$ są jedynie równościami.

Równanie z dwiema niewiadomymi postaci: $ax+bx+c=0$, gdzie a i b są liczbami rzeczywistymi, nazywa się równaniem liniowym. Dziedziną tego równania jest zbiór par liczb rzeczywistych, które spełniają to równanie, czyli po podstawieniu otrzymujemy równość prawdziwą.

Dwa równania zawierające po dwie zmienne i opisujące związek między tymi zmiennymi, nazywamy układem równań.

W tym układzie interesujące są wspólne rozwiązania obydwu równań. Rozwiązaniem układu równań o dwóch niewiadomych jest każda para liczb, która jednocześnie spełnia każde równanie tego układu.

Przykład 2 str 102 w podręczniku do matematyki Nowej Ery pokazuje tę zależność równań w układzie.

Na podstawie zadania tekstowego jest budowany odpowiedni układ równań, dzięki któremu później będzie można policzyć niewiadome spełniające ten układ.

Na podstawie opisu z poprzedniego przykładu można w podobny sposób wyznaczyć parę liczb, która spełnia poniższy układ równań (jednak odbywa się to na zasadzie zgadywania, bo rozwiązań dla pierwszego równania może być nieskończenie wiele, jeśli nie zostanie zawężona dziedzina np. do liczb naturalnych:

$$\begin{cases} 2x + y - 5 = 0 \\ x - 3y + 1 = 0 \end{cases}, \text{ jego rozwiązaniem jest para liczb, która spełnia każde z tych równań: } (2,1)$$

Zadanie zawężające dziedzinę, czyli zbiór liczb spełniających dane równanie zostało przedstawione w podręczniku Nowej Ery:

Podaj wszystkie pary liczb naturalnych dodatnich spełniających równanie $2x+4y=17$ (zad. 3 str. 104)

Łatwo zauważyć, że każda liczba pomnożona przez 2 lub 4 będzie parzysta i ich suma także, a wynik ma być nieparzysty, w związku z tym nie ma liczb spełniających to równanie.

Ćwicząc umiejętność rozwiązywania zadań z układami równań, można na podstawie już istniejącego równania i spełniającej go pary liczb, utworzyć drugie (zad. 4b str. 104 z podręcznika do matematyki Nowej Ery):

$$3x - 7y = 6 \text{ para liczb spełniających równanie: } \begin{cases} x = -5 \\ y = -3 \end{cases}$$

$-3x+3y=6$ lub $4x-5y+7=2$ itd (może być nieskończenie wiele takich równań).

Układ równań jest często wykorzystywany do rozwiązywania zadań tekstowych.

Zapisz podane informacje w postaci układu równań (zad. 5a, str. 104 z podręcznika do matematyki Nowej Ery):

Liczba a stanowi 40% liczby b . Gdy do 20% liczby a dodamy 60% liczby b , to otrzymamy 4.

$$\begin{cases} a = 0,4b \\ 0,2a + 0,6b = 4 \end{cases}$$

Zapisz podane informacje w postaci układu równań (zad. 8, str. 104)

Suma liczb x i y jest równa 5. Różnica tych liczb wynosi 2. Jakie jest możliwe rozwiązanie tego układu równań?

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases}, \text{ możliwe rozwiązanie: } x=-3,5 \text{ } y=1,5$$