

Temat 18: Zbiory

Będziemy wiedzieć:

- jak opisać zbiór;
- co to jest zbiór pusty;
- jak należy oznaczyć zbiory poznanych liczb N, Z, Q, NQ, R

Będziemy znać:

- różnicę pomiędzy zbiorami skończonymi, a nieskończonymi;
- symbole: zawiera, należy, zbiór pusty;
- definicję podzbioru;

Będziemy potrafić:

- wymienić elementy zbioru;
- opisać słownie i symbolicznie dany zbiór;
- określić relację zawierania zbiorów.

Zbiory można opisać na trzy różne sposoby:

- poprzez wypisanie elementów: $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
- symbolicznie, przez podanie zakresu (warunku): $A = \{n \in N : n \leq 5\}$
- opisowo: jest to zbiór zawierający wszystkie liczby (np. porządkowe) od 0 do 5 każda z sąsiednich liczb różni się od siebie o 1.

Zbiór określony powyżej jest skończony, ale wiadomo, że zbiór wszystkich liczb naturalnych jest nieskończonym.

Warto zauważyć, że liczba $\sqrt{4}$ również należy do tego zbioru, jednak liczba $\frac{1}{2}$ już nie i tę informację można zapisać symbolicznie:

$$\frac{1}{2} \notin A, n \in N$$

Gdyby $B = \{0, 5\}$, to $B \subset A$, ale $A \not\subset B$ B jest podzbiorem zbioru A, bo każdy jego element zawiera się w zbiorze A.

Zapis $C = \{n \in N : n > 1 \wedge n < 2\}$ pokazuje, że zbiór jest pusty, czyli można to zapisać krócej: $C = \emptyset$

Analogicznie, gdyby zapisać $D = \{n \in Q : n \geq 0 \wedge n \leq 5\}$, to zbiór opisany w ten sposób będzie nieskończony, ponieważ w dalszym ciągu ma nieskończoną ilość elementów.

Zbiory są równe, gdy mają te same elementy (prawo ekstensjonalności). Są zatem równoliczne.

$$A = B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Leftrightarrow x \in B)$$

Zadanie do przećwiczenia umiejętności symbolicznego zapisu zbiorów:

Zapisz symbolicznie:

- zbiór liczb naturalnych parzystych: $A = \{x : x = 2n \wedge n \in N\}$
- zbiór liczb naturalnych nieparzystych, mniejszych od 50: $B = \{x : x = 2n + 1 < 50 \wedge n \in N\}$
- zbiór liczb, których kwadrat wynosi 16: $C = \{x : x = n^2 = 16 \wedge n \in Z\}$
- zbiór odwrotności naturalnych wielokrotności liczby 5: $D = \{x : x = \frac{1}{5n} \wedge n \in N\}$
- zbiór potęg liczby 7 o wykładniku naturalnym: $E = \{x : x = 7^n \wedge n \in N\}$
- zbiór liczb spełniających warunek: suma każdej liczby i jej kwadratu nie jest większa niż 4: $F = \{x : x = n + n^2 \wedge n \leq 4 \wedge n \in R\}$

Opisz symbolicznie i słowami zbiór:

- $X = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ Zbiór $X = \{x : -4 \leq x \leq 4 \wedge x \in Z\}$
- $Y = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots\}$ Zbiór $Y = \{x : x = 3^{-n} \wedge n \in N\}$
- $Z = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ Zbiór $Z = \{x : x = m \wedge m | 24 \wedge m \in N \wedge m \neq 0\}$ m jest dzielnikiem liczby 24

Uzupełnienie: kwantyfikatory:

$\forall x$ istnieje ... $\wedge x$ dla każdego ...

$\exists x$ istnieje \vee dla każdego