Temat 10 i 11: Potęga o wykładniku wymiernym

Będziemy wiedzieć:
- że twierdzenia dla potęgi o wykładniku wymiernym różnią się jedynie założeniami od tych o wykładniku całkowitym.
Będziemy znać:
- definicję potęgi o wykładniku wymiernym $\frac{1}{n}$ liczby nieujemnej;
- prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych;
Będziemy potrafić:
- zapisać pierwiastek n-tego stopnia w postaci potęgi o wykładniku wymiernym;
- obliczać potęgi o wykładnikach wymiernych;
- stosować twierdzenia o działaniach na potęgach o wykładnikach wymiernych w celu upraszczania wyrażeń.

Wiedząc, że: $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$
i gdyby $\sqrt[n]{a} = a^t$, to $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a^{t*n}$ zatem rozpatrując prawe strony obu równań: $a^{t*n} = a$, czyli $t * n = 1$ $\Rightarrow$ $t = \frac{1}{n}$
dlatego:
Jeżeli a≥0, n∈N i n>1, to

$$\boldsymbol{a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}}$$

i dalej:
$\boldsymbol{a^{\frac{1}{n}*m}} = \left(\sqrt[n]{\boldsymbol{a}}\right)^{\boldsymbol{m}}$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{a^{\frac{m}{n}}} = \sqrt[n]{\boldsymbol{a^m}},\quad \boldsymbol{a > 0}, m \in Z, n \in N \wedge n > 1$

Czy można obliczyć: $-2^{\frac{10}{2}}$?
Z definicji a jest liczbą dodatnią, dlatego nie jest możliwe obliczenie tego działania bez zkrócenia wartości ułamka w wykładniku. Po skróceniu otrzymujemy: -2^5 i wtedy można otrzymać wynik -32.

Dla potęgowania są charakterystyczne twierdzenia:

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}, gdzie\ a > 0, a \in R \wedge n, m \in \mathbf{Q}$	Mnożenie potęg o tej samej podstawie - podstawa pozostaje bez zmian, a wykładniki są dodawane
$a^n : a^m = a^{n-m}, gdzie\ a > 0, a \in R \wedge n, m \in \mathbf{Q}$	Dzielenie potęg o te samej podstawie - podstawa pozostaje bez zmian, a wykładniki są odejmowane
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}, gdzie\ a > 0, n, m \in \mathbf{Q}$	Potęga potęgi - podstawa pozostaje bez zmian, a wykładniki są mnożone
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n, gdzie\ a, b \in R \wedge a, b > 0, n \in \mathbf{Q}$	Potęga iloczynu - każdy z czynników iloczynu jest podnoszony do danej potęgi, a następnie wyniki mnożone
$(a : b)^n = a^n : b^n, gdzie\ a, b \in R \wedge a, b > 0, n \in \mathbf{Q}$	Potęga ilorazu - dzielna i dzielnik są podnoszone do danej potęgi, a następnie wyniki dzielone

W przypadku dużych liczb, o których była mowa w poprzednim temacie, mogą się pojawić pewne nieścisłości, gdyby nie było wiadomo, kto jest ich autorem. W amerykańskim nazewnictwie nie stosuje się liczb z końcówką –ard.
W Europie liczba,którą opisuje się jako 10^9 to jest miliard, ale w Ameryce to już jest bilion, podobnie w Europie 10^{15} to jest biliard, a w Ameryce to już jest kwadrylion.